

Relações entre topologia e dinâmica em processos de crescimento e contágio em redes complexas

Alexandre Hannud Abdo

18 de setembro de 2009

Perfil de Aglomeração

Extensão do Coeficiente de Aglomeração $C(v)$, que mede a fração de vizinhos de v conectados entre si.

$C^d(v)$: Medida da fração de vizinhos à distância d

$C_k^d(v)$: Média de C^d entre vértices de mesmo grau k

Perfil de Aglomeração

Extensão do Coeficiente de Aglomeração $C(v)$, que mede a fração de vizinhos de v conectados entre si.

$C^d(v)$: Medida da fração de vizinhos à distância d

$C_k^d(v)$: Média de C^d entre vértices de mesmo grau k

Aplicação à comparação das redes:

- Interactoma da *Saccharomyces cerevisiae*
- Modelo configuracional correlacionado
 - semi-analítico
 - por embaralhamento
- Modelo duplicação-divergência

Estratégias de difusão social

Modificação do modelo generalizado de contágio:

Balanço de tempo τ

Relação entre a disponibilidade para influenciar e ser influenciado

Estratégias de difusão social

Modificação do modelo generalizado de contágio:

Balanço de tempo τ

Relação entre a disponibilidade para influenciar e ser influenciado

Escolha da rede de influências:

Mensagens trocadas numa plataforma de relacionamento

Influência na direção do esforço na manutenção da relação

Estratégias de difusão social

Modificação do modelo generalizado de contágio:

Balanço de tempo τ

Relação entre a disponibilidade para influenciar e ser influenciado

Escolha da rede de influências:

Mensagens trocadas numa plataforma de relacionamento

Influência na direção do esforço na manutenção da relação

Escolha de estratégias:

Combinações de amostragens e propriedades

Considerando-se a aplicabilidade e relevância destas

Panorâmica

Brevíssima introdução ao estudo de redes complexas

Sistemas de interesse

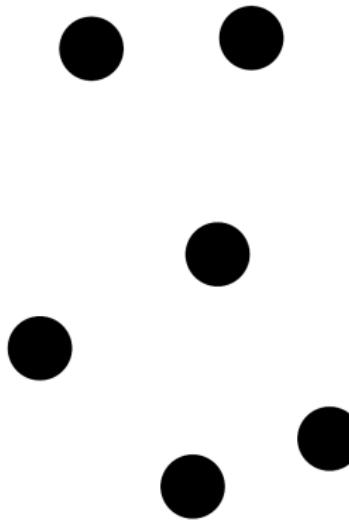
Sistemas cuja topologia das interações contém irregularidades não-triviais

internet, rede elétrica, organizações,
bacias hidrográficas, epicentros de terremotos,
metabolismo celular, interações protéicas, regulação gênica,
cadeias alimentares, genealogia, coautoria, mapas conceituais
etc.

Rede?

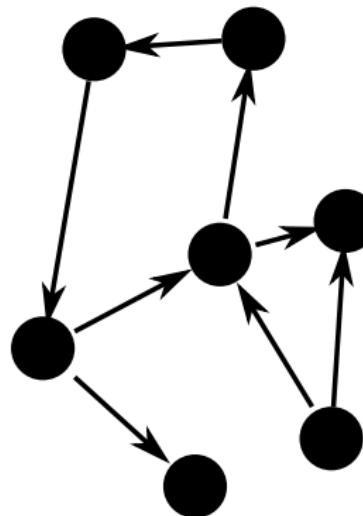
- Grafo $G = (V, E)$

- vizinhos
- caminhos
- circuitos



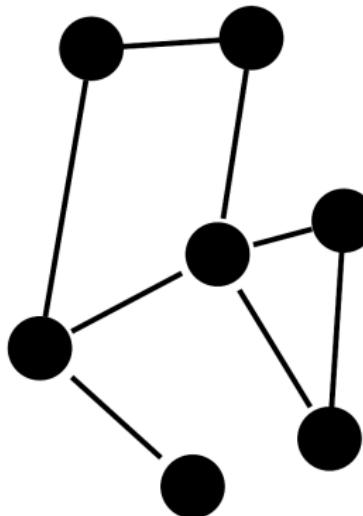
Rede?

- Grafo $G = (V, E)$
 - direcionado
- vizinhos
- caminhos
- circuitos



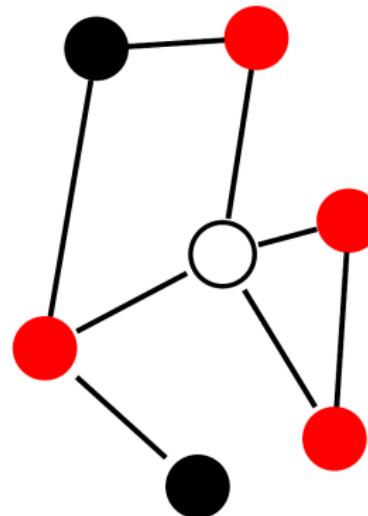
Rede?

- Grafo $G = (V, E)$
 - direcionado
 - não-direcionado
- vizinhos
- caminhos
- circuitos



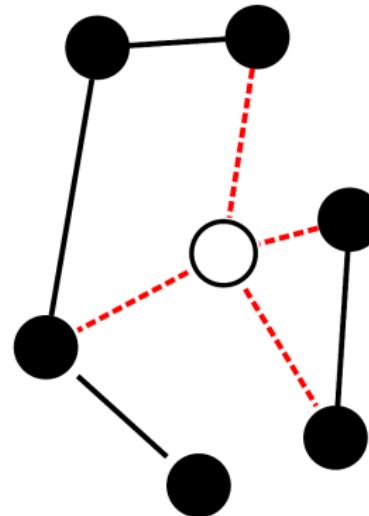
Rede?

- Grafo $G = (V, E)$
 - direcionado
 - não-direcionado
- vizinhos
- caminhos
- circuitos



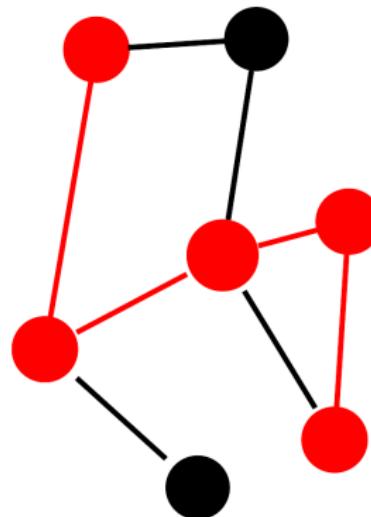
Rede?

- Grafo $G = (V, E)$
 - direcionado
 - não-direcionado
- vizinhos
 - grau
- caminhos
- circuitos



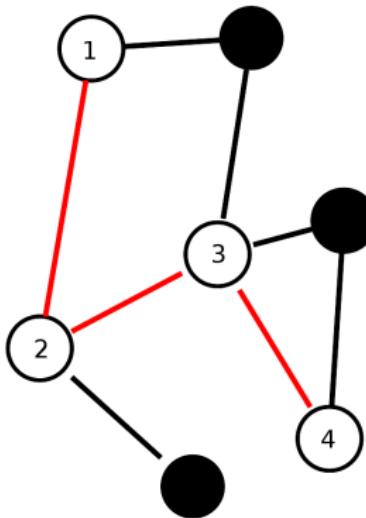
Rede?

- Grafo $G = (V, E)$
 - direcionado
 - não-direcionado
- vizinhos
 - grau
- caminhos
- circuitos



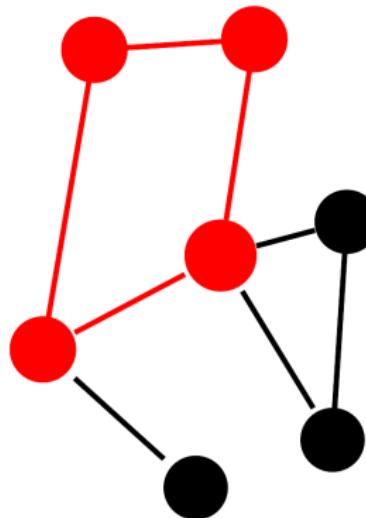
Rede?

- Grafo $G = (V, E)$
 - direcionado
 - não-direcionado
- vizinhos
 - grau
- caminhos
 - **distância**
- circuitos



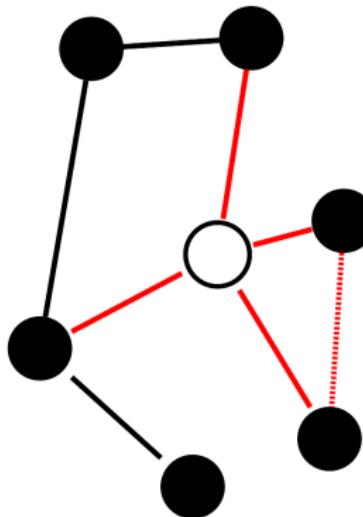
Rede?

- Grafo $G = (V, E)$
 - direcionado
 - não-direcionado
- vizinhos
 - grau
- caminhos
 - distância
- circuitos



Rede?

- Grafo $G = (V, E)$
 - direcionado
 - não-direcionado
- vizinhos
 - grau
- caminhos
 - distância
- circuitos
 - aglomeração



Complexa?

Qual a característica fundamental de uma rede complexa?
“heterogeneidade topológica”

São, em geral, sistemas mesoscópicos e esparsos.

Estrutura: propriedades e efeitos

distribuição de
graus

- poisson
- alongada
- lei de potência
- log normal

Estrutura: propriedades e efeitos

distribuição de
graus

- poisson
- alongada
- lei de potência
- log normal

correlação de graus

- assortativa
- dissortativa
- neutra

Estrutura: propriedades e efeitos

distribuição de
graus

- poisson
- alongada
- lei de potência
- log normal

correlação de graus

- assortativa
- dissortativa
- neutra

distância média

- mundo pequeno
- “seis graus”

Estrutura: propriedades e efeitos

distribuição de
graus

- poisson
- alongada
- lei de potência
- log normal

correlação de graus

- assortativa
- dissortativa
- neutra

distância média

- mundo pequeno
- “seis graus”

simetria de escala

- renormalização

Estrutura: propriedades e efeitos

distribuição de graus

- poisson
- alongada
- lei de potência
- log normal

correlação de graus

- assortativa
- dissortativa
- neutra

distância média

- mundo pequeno
- “seis graus”

simetria de escala

- renormalização

reciprocidade

Estrutura: propriedades e efeitos

distribuição de graus

- poisson
- alongada
- lei de potência
- log normal

correlação de graus

- assortativa
- dissortativa
- neutra

distância média

- mundo pequeno
- “seis graus”

simetria de escala

- renormalização

reciprocidade

ciclicidade

Estrutura: propriedades e efeitos

distribuição de graus

- poisson
- alongada
- lei de potência
- log normal

correlação de graus

- assortativa
- dissortativa
- neutra

distância média

- mundo pequeno
- “seis graus”

simetria de escala

- renormalização

reciprocidade

ciclicidade

aglomeração

- efeito de mundo pequeno
- hierarquia
- homofilia

Estrutura: propriedades e efeitos

distribuição de graus

- poisson
- alongada
- lei de potência
- log normal

correlação de graus

- assortativa
- dissortativa
- neutra

distância média

- mundo pequeno
- “seis graus”

simetria de escala

- renormalização

reciprocidade

ciclicidade

aglomeração

- efeito de mundo pequeno
- hierarquia
- homofilia

Modelagem

Estatística

- Configuracional
 - Mecânica
- Estatística

Dinâmica

- Germinativa
- Perturbativa

Otimização

- Iterativa
- Teoria de Jogos

Modelagem

Estatística

- Configuracional
- Mecânica

Estatística

Modelo Configuracional

Dinâmica

- Germinativa
- Perturbativa

Grafo aleatório com vínculos

Ex. correlação de graus, variáveis
escondidas

Otimização

- Iterativa
- Teoria de Jogos

Modelagem

Estatística

- Configuracional
- Mecânica Estatística

Modelos de Mecânica Estatística

Dinâmica

- Germinativa
- Perturbativa

Função hamiltoniana - derivação bayesiana

Otimização

- Iterativa
- Teoria de Jogos

Ex. grafos aleatórios exponenciais, analogia com sistemas quânticos

Modelagem

Estatística

- Configuracional
- Mecânica

Estatística

Modelos Germinativos

Dinâmica

- **Germinativa**
- Perturbativa

Dinâmica estocástica

Ex. conexão preferencial, *fitness*, duplicação-divergência

Otimização

- Iterativa
- Teoria de Jogos

Modelagem

Estatística

- Configuracional
- Mecânica

Estatística

Modelos Perturbativos

Dinâmica

- Germinativa
- Perturbativa

Perda de regularidade

Ex. modelo do mundo pequeno,
“atalhos”

Otimização

- Iterativa
- Teoria de Jogos

Modelagem

Estatística

- Configuracional
- Mecânica

Estatística

Modelos de Otimização Iterativa

Dinâmica

São também germinativos

- Germinativa
- Perturbativa

Ex. *tradeoff*, informação local VS global

Otimização

- **Iterativa**
- Teoria de Jogos

Modelagem

Estatística

- Configuracional
- Mecânica

Estatística

Dinâmica

- Germinativa
- Perturbativa

Otimização

- Iterativa
- Teoria de Jogos

Modelos de Teoria dos Jogos

Equilíbrio de Nash, funções utilidade

Ex. estudos topológicos de competição e
colaboração

Dinâmica: processos em rede

Otimização combinatória

Caminhos mínimos, fluxos máximos, roteamento

Busca

Navegação até um destino utilizando informação local

Fluxos

- **não-conservativos** epidemias, difusão social, percolação
- **conservativos** caminhantes aleatórios, circulação monetária

Jogos em rede

Aglomerado e crescimento de redes

Capítulo 2: Medindo ciclos locais na evolução de redes

Problemas na avaliação de modelos

Poucas medidas de ciclos: aglomeração e ciclicidade

Na topologia local: aglomeração

Problemas na avaliação de modelos

Poucas medidas de ciclos: aglomeração e ciclicidade

Na topologia local: aglomeração

Aglomeração: sérias limitações (reticulados, grafos bipartidos) ou incompatibilidades (variações mal comportadas)

Problemas na avaliação de modelos

Poucas medidas de ciclos: aglomeração e ciclicidade

Na topologia local: aglomeração

Aglomeração: sérias limitações (reticulados, grafos bipartidos) ou incompatibilidades (variações mal comportadas)

*Não se tem uma medida consistente e abrangente
dos ciclos na topologia local*

Perfil de Aglomeração

O coeficiente de aglomeração estendido:

A fração dos pares orientados de vizinhos de v cujo menor ciclo contendo os três mede $d + 2$

$$C^d(v) = \frac{|\{(u, w) \in K(v) | l_{min}(u, v, w) = d + 2\}|}{|K(v)|} \quad (1)$$

Perfil de Aglomeração

O coeficiente de aglomeração estendido:

A fração dos pares orientados de vizinhos de v cujo menor ciclo contendo os três mede $d + 2$

$$C^d(v) = \frac{|\{(u, w) \in K(v) | l_{min}(u, v, w) = d + 2\}|}{|K(v)|} \quad (1)$$

- $C^1(v) = C(v)$
- $\sum_{d \geq 1} C^d(v) \leq 1$

Perfil de Aglomeração

O coeficiente de aglomeração estendido:

A fração dos pares orientados de vizinhos de v cujo menor ciclo contendo os três mede $d + 2$

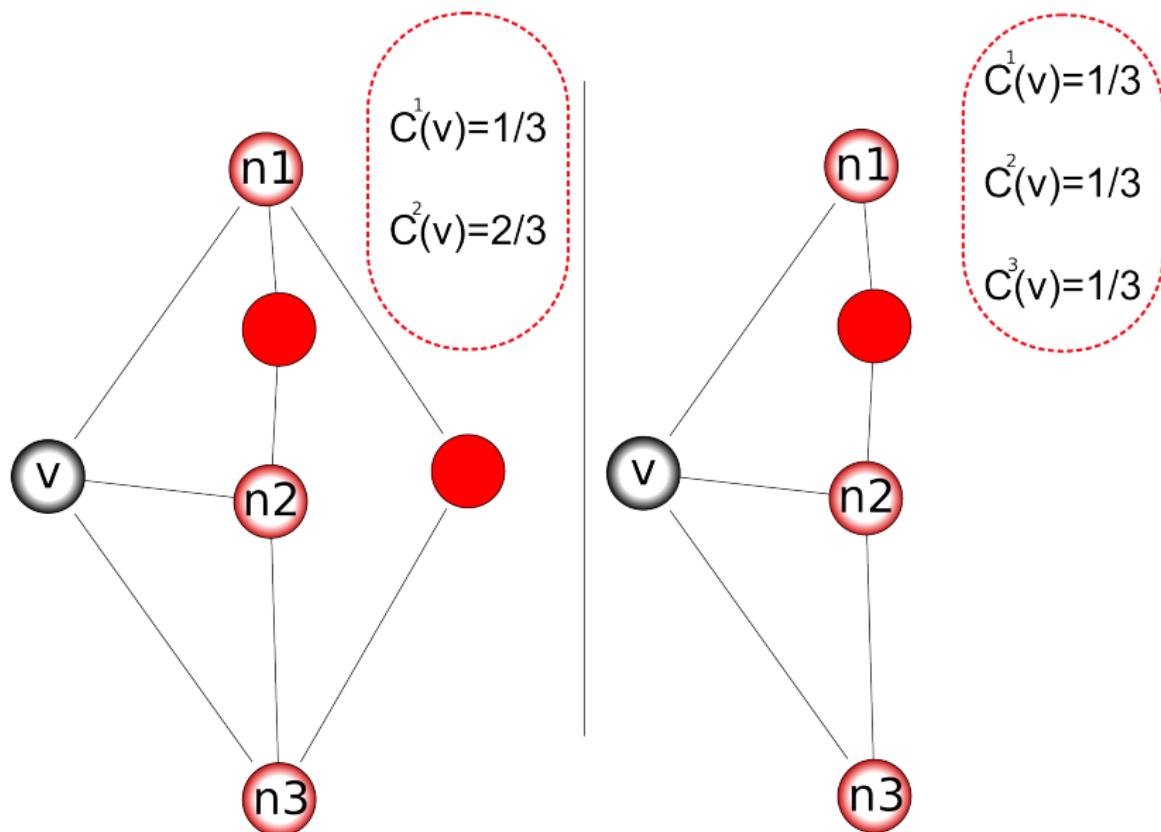
$$C^d(v) = \frac{|\{(u, w) \in K(v) | l_{\min}(u, v, w) = d + 2\}|}{|K(v)|} \quad (1)$$

- $C^1(v) = C(v)$
- $\sum_{d \geq 1} C^d(v) \leq 1$

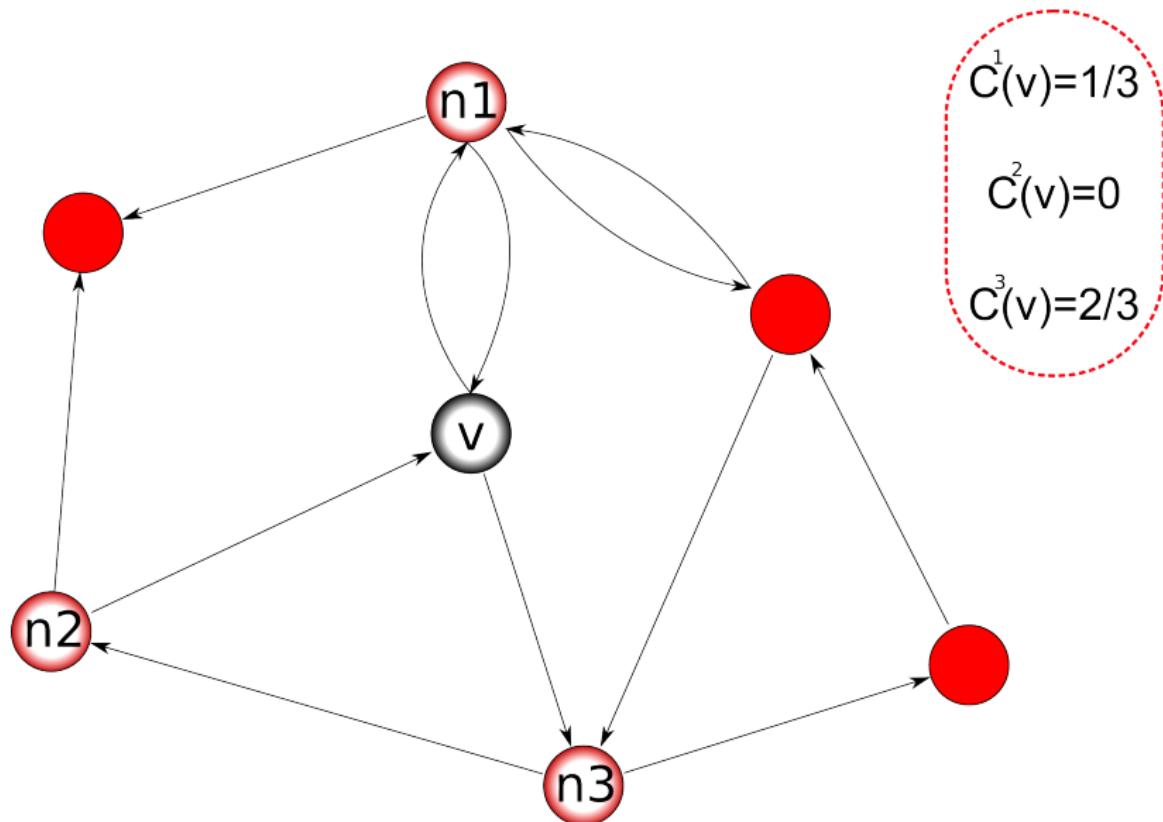
Tomando em função do grau, temos o perfil de aglomeração:

$$C_k^d = \frac{\sum_{\{v \in V | \delta(v) = k\}} C^d(v)}{|v \in V | \delta(v) = k|} \quad (2)$$

Exemplos



Exemplos



Aglomeração para configurações das correlações de grau

Sejam

N o número de vértices do grafo

$q(k, k')$ a prob. de uma aresta de origem k ter destino k'

$p(k)$ a distribuição de graus (pode ser derivada de q e N)

Aglomeração para configurações das correlações de grau

Sejam

N o número de vértices do grafo

$q(k, k')$ a prob. de uma aresta de origem k ter destino k'

$p(k)$ a distribuição de graus (pode ser derivada de q e N)

Então para N suficientemente grande, C_k^d pode ser aproximado por

$$1 - \sum_{k_1, k_f} q(k, k_1) q(k, k_f) \left(\prod_{k_j=k_1}^{k_d-1} F(g) \right) \quad (3)$$

Onde $F(q, p, N, k, k_1..k_j, k_f)$ é um operador que propaga em distância a probabilidade de caminhos no grafo formarem circuitos e $g(q, p, N, k, k_1..k_d, k_f)$ é a probabilidade de um passo não atingir o vizinho de chegada.

Aglomeração para configurações das correlações de grau

Em detalhes:

$$F(q, p, N, k, k_1..k_j, k_f)\phi = \left[\sum_{k_{j+1}} q(k_j, k_{j+1})((1-h)+h\phi) \right]^{(k_j-1)} \quad (4)$$

Onde

$$h(p, N, k, k_1..k_{j+1}, k_f) = 1 - \frac{\delta_{kk_{j+1}} + \sum_{m=1}^j \delta_{k_m k_{j+1}}}{Np(k_{j+1})} \quad (5)$$

com $\delta_{kk'}$ sendo o delta de Kronecker e

$$g(q, p, N, k, k_1..k_d, k_f) = [1 - \frac{q(k_d, k_f)}{Np(k_f)}]^{(k_d-1)} \quad (6)$$

Dados experimentais e modelos

DIP-CORE e HC

Rede de interação proteína-proteína da *Saccharomyces cerevisiae*, compilada de experimentos por métodos distintos

DupDiv

Rede do modelo duplicação-divergência com parâmetros escolhidos para reproduzir a distribuição de graus da CORE

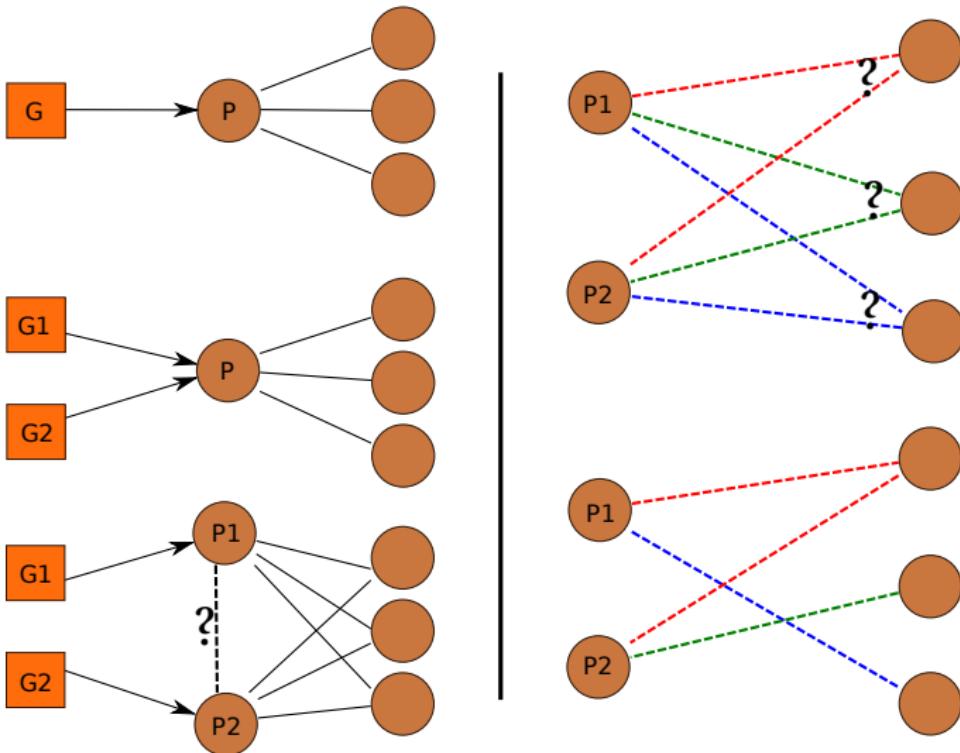
Corr(HC)

Coeficientes de aglomeração calculados semi-analiticamente a partir das correlações de grau de HC.

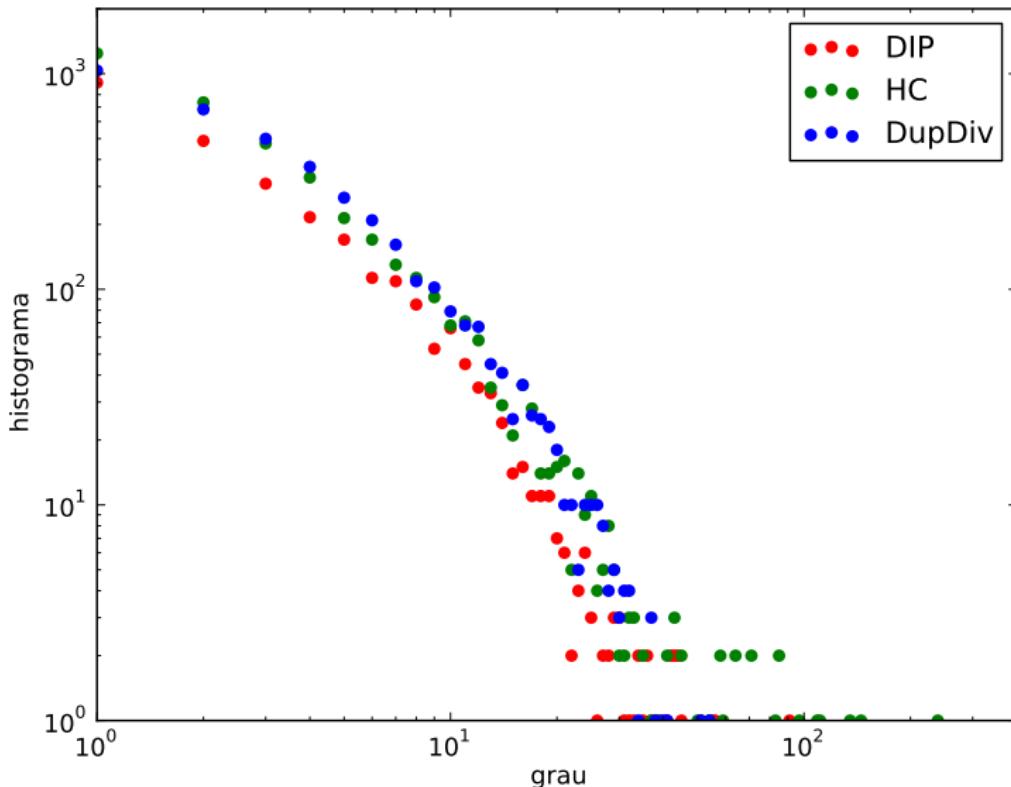
Rewire(HC)

Rede obtida reembaralhando-se HC preservando apenas as correlações de grau.

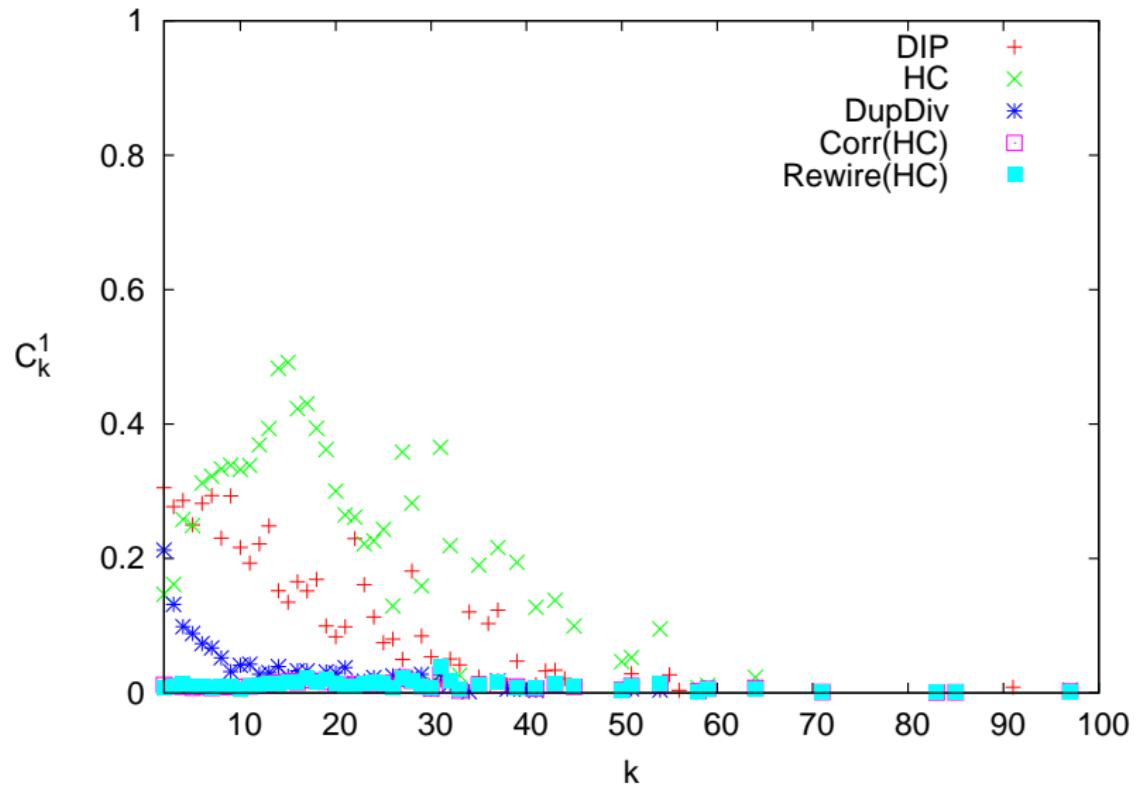
Dados experimentais e modelos: duplicação-divergência



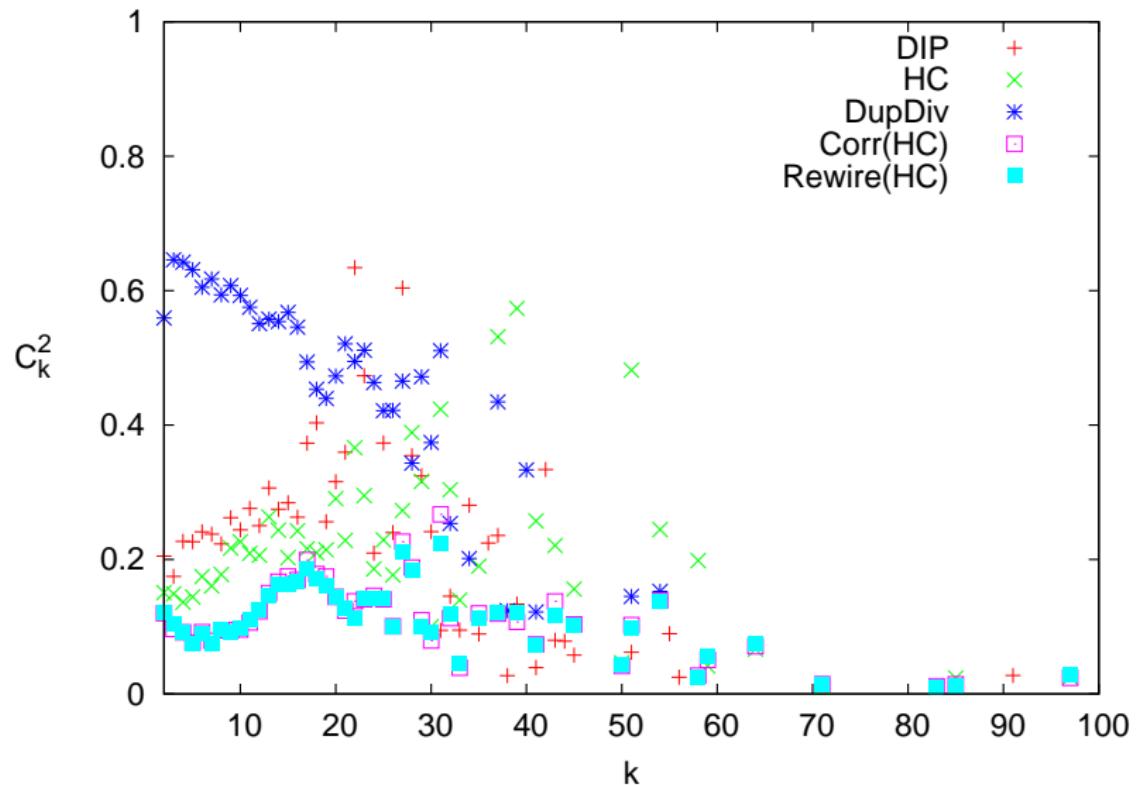
Dados experimentais e modelos



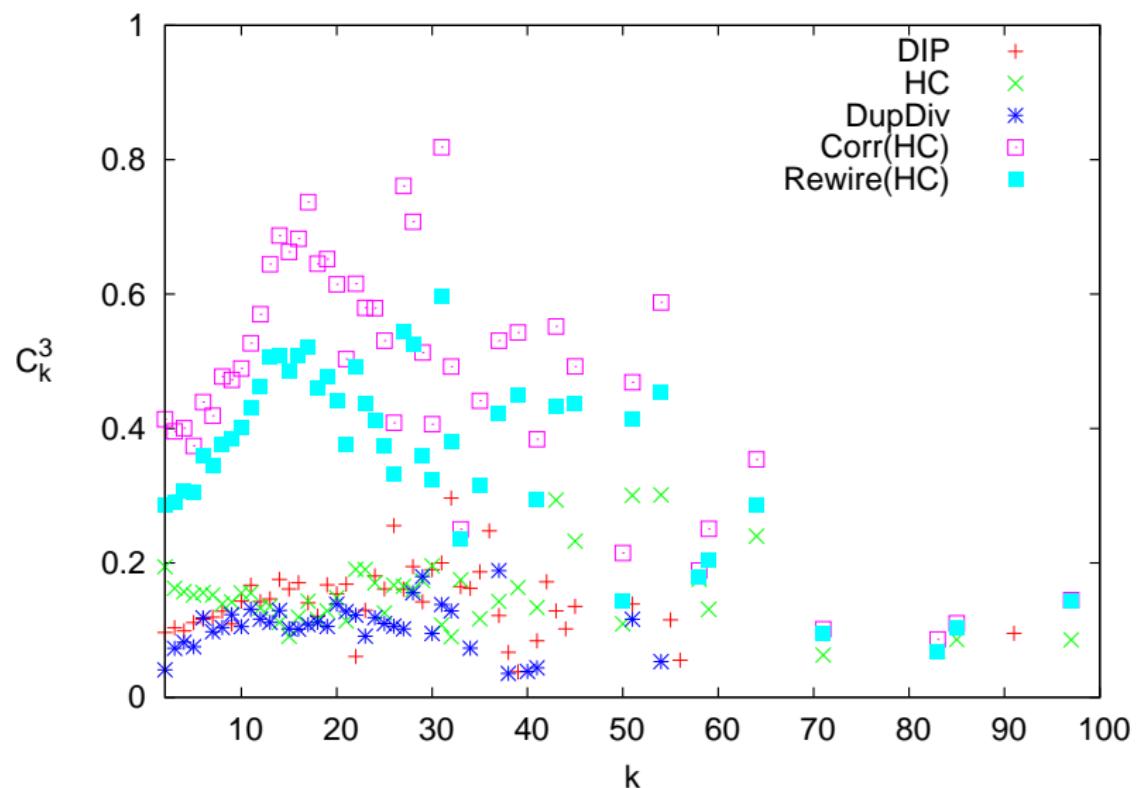
Dados experimentais e modelos



Dados experimentais e modelos



Dados experimentais e modelos



Dados experimentais e modelos

Conclusões

- rede de interação tem topologia de ciclos locais mais complexa que a ditada pelas suas correlações de grau
- comprimentos maiores de aglomeração permitem delinear aperfeiçoamentos do modelo DupDiv
- supondo HC melhor que CORE, o modelo DupDiv precisa ser alterado mais fundamentalmente
- possibilidade de usar mapeamentos locais empíricos como ferramenta

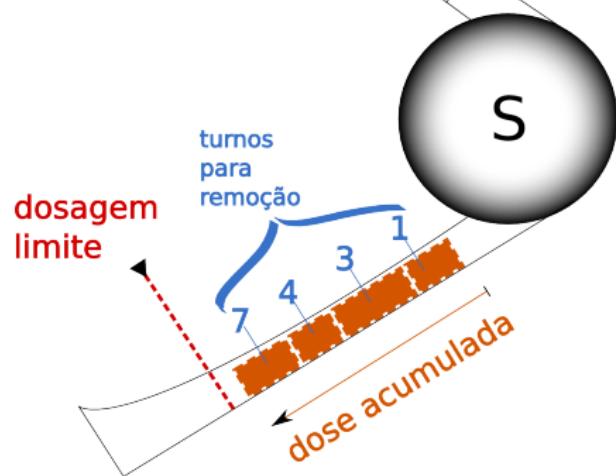
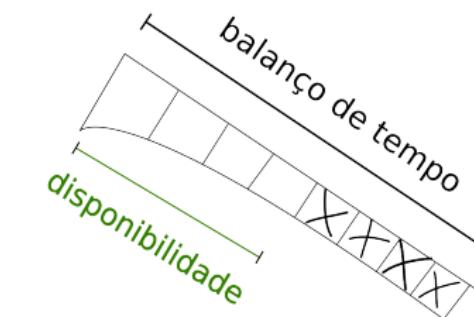
Estratégias de difusão social

Capítulo 3: Dinâmica e topologia local num modelo generalizado de contágio

Histórico



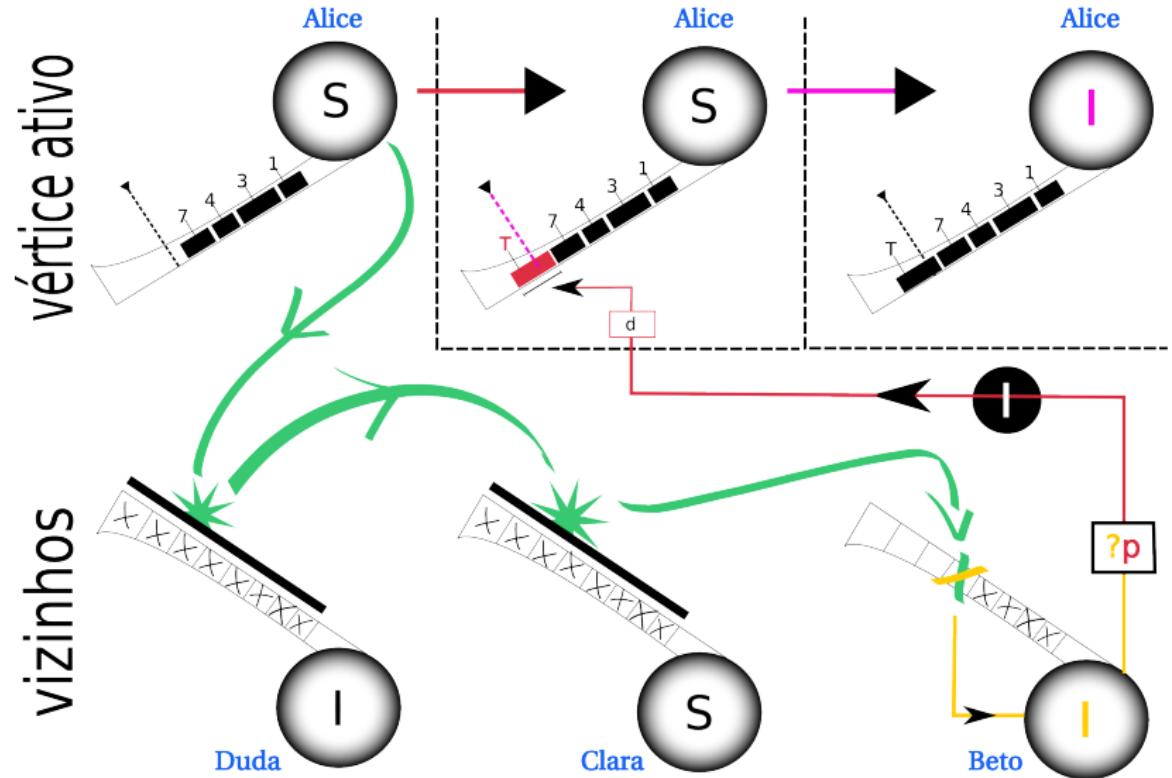
Modelo



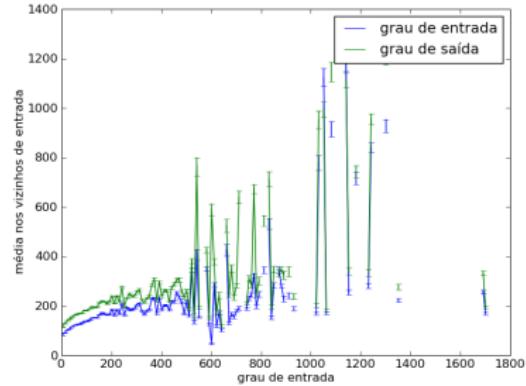
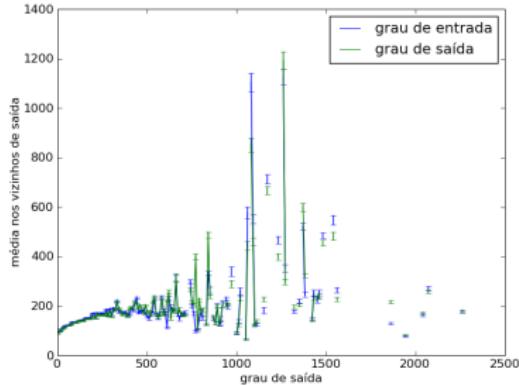
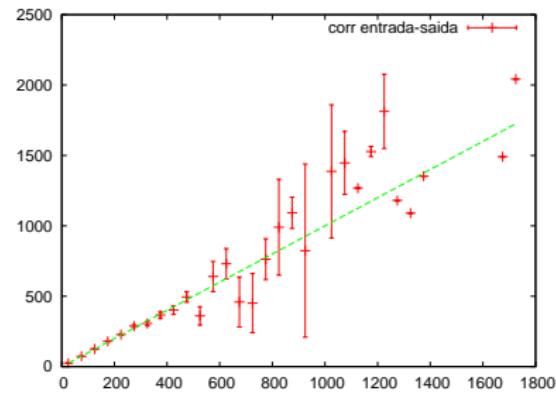
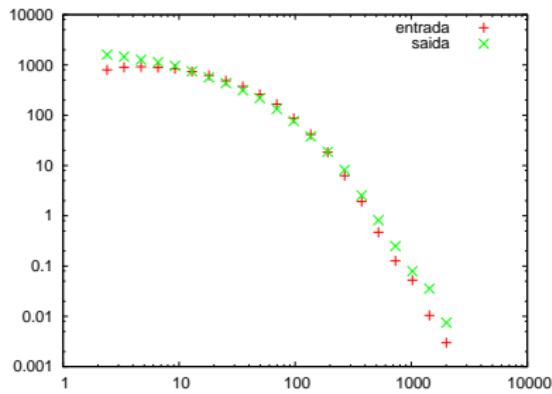
Lado influenciante

Lado influenciável

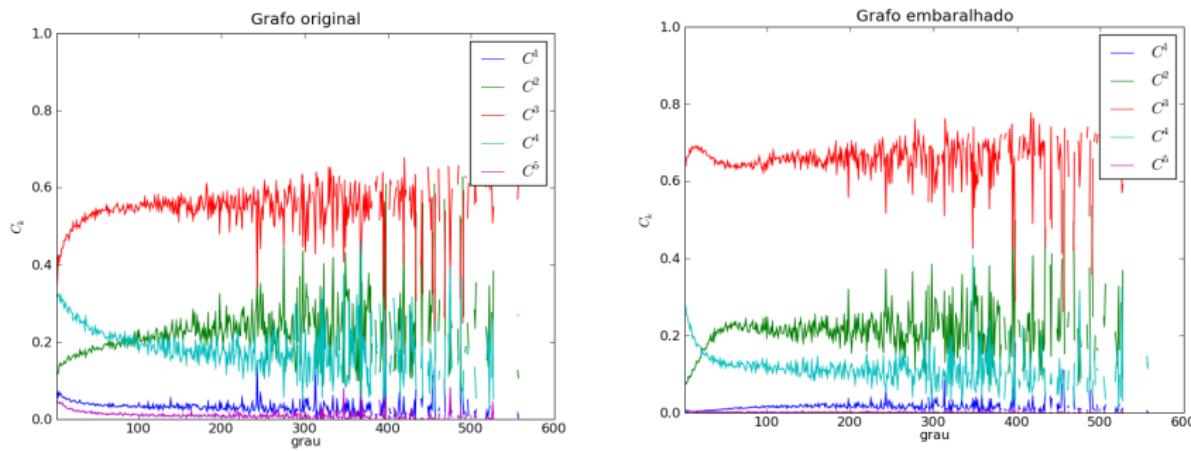
Modelo



Rede de mensagens e sua embaralhada



Rede de mensagens vs. sua embaralhada



Mantém a estrutura de graus e suas correlações,
removendo a estrutura de ciclos.

Estratégias de semeadura

aleatória n vértices entre todos

alto-vizi n vértices de maior número de vizinhos de entrada

alto-mens n vértices que receberam mais mensagens

alto-reci n vértices de maior reciprocidade

alto-aglo n vértices de maior aglomeração

anti-aglo n vértices de menor aglomeração

andarilho sorteia-se um vértice e partindo dele caminha-se 5 passos por vizinhos de saída, escolhendo-os proporcionalmente à sua influência sobre o vizinho anterior; escolhe-se o vértice final

anda-aglo caminha-se 5 passos como na estratégia andarilho; caminha-se mais 5 passos e dentre esses últimos escolhe-se o de maior aglomeração

Simulações

Considerou-se para os parâmetros as combinações dos valores:

p	0.2, 0.5, 0.8
r	0.0, 0.5, 0.8
d	1
(T, D^*)	(4, 1), (4, 2), (4, 3)
τ	-8, -2, 1, 2, 8, 64

Conclusões

Desimportância da topologia quando $D^* = 1$ e $r = 0$

Caso epidemiológico sem recuperação

Para qualquer T

Dominância dos graus sob balanço de tempo τ desequilibrado

Efeito que mais claramente se destaca

Correspondendo o sucesso de estratégias com a distribuição de graus que geram. Inversões nessas distribuições ao embaralhar-se a rede refletem-se nos resultados.

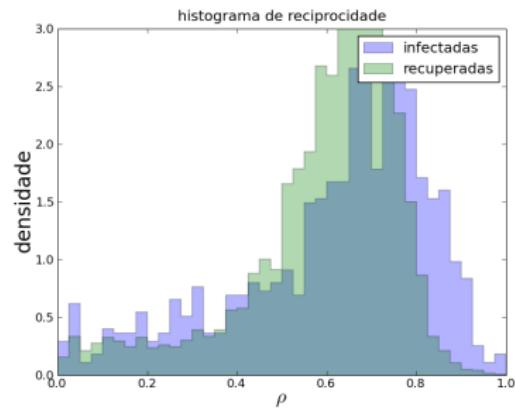
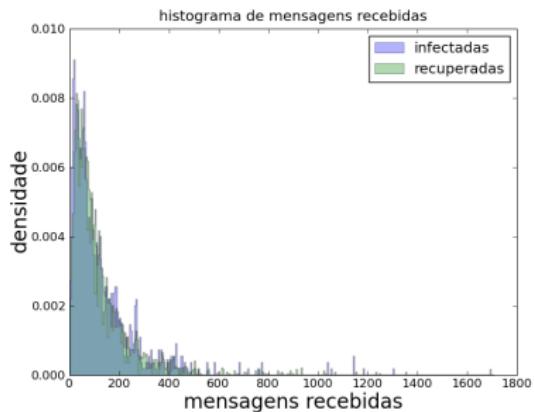
Disponibilidade efetiva

Desenhando caminhadas

Conclusões

Redundância, reciprocidade e aglomeração

Em alta memória, $T = 32, D^* = 4, \tau = 3$:



Prevalência de alta reciprocidade quando o grau é indiferente

Críticas

Muitas...

- rede estática
- limiares homogêneos
- estratégias *ad hoc*

Críticas

Muitas... felizmente!

- redes dinâmicas
- limiares heterogêneos
- propriedades de ótimos heurísticos

Críticas

Muitas... felizmente!

- redes dinâmicas
- limiares heterogêneos
- propriedades de ótimos heurísticos

Obrigado =)
Ni!

Críticas

Muitas... felizmente!

- redes dinâmicas
- limiares heterogêneos
- propriedades de ótimos heurísticos

Obrigado =)
Ni!